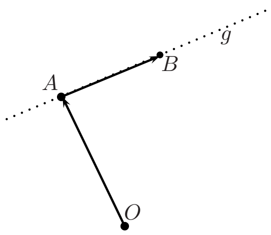
Zusammenfassung I – Kurz und knapp

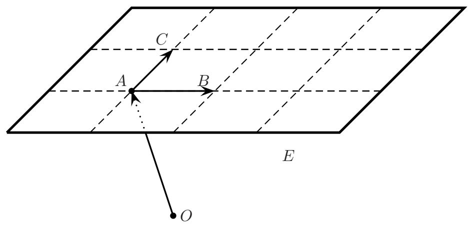
Wir haben mittlerweile die vektoranalytischen Beschreibungen von drei geometrischen Figuren kennengelernt:

1) Einen *Punkt* $P(x \mid y \mid z)$ beschreiben wir mit dem Orts-Vektor $\vec{p} := \overrightarrow{OP}$.

2) Eine *Gerade* $g: \quad \vec{x} = \vec{s} + r \cdot \vec{r}$ beschreiben wir mit einem Orts- und einem Richtungsvektor. Der Ortsvektor $\vec{s}$ „hält“ oder „stützt“ die Gerade, der Richtungsvektor $\vec{r}$ definiert ihre Richtung. Er ist eindeutig bis auf einen beliebigen Faktor. Der skalare Parameter r durchläuft alle reellen Zahlen.

3) Eine *Ebene* $E: \quad \vec{x} = \vec{s} + r \cdot \vec{r}_1 + s \cdot \vec{r}_2$ beschreiben wir mit einem Orts-Vektor $\vec{s}$ und zwei Richtungsvektoren $\vec{r}_1$ und $\vec{r}_2$. Diese Darstellung ist nicht eindeutig.





Gleichungen aufstellen

Zwei Punkte definieren eine Gerade. Drei Punkte definieren eine Ebene. (Ausnahme: Die drei Punkte liegen auf einer gemeinsamen Geraden.) Eine Ebene kann auch durch eine Gerade und einen Punkt definiert werden.
Gerade: Sind uns zwei Punkte A, B vorgegeben, so verfahren wir wie folgt: Wähle willkürlich einen der Punkte als Stützvektor (in der Skizze: A). Wähle den Verbindungsvektor $\overrightarrow{AB}$ der beiden Punkte als Richtungsvektor der Geraden. Erhalte so $g: \quad \vec{x} = \overrightarrow{OA} + r \cdot \overrightarrow{AB}$.
Ebene: Sind uns drei Punkte A, B und C vorgegeben, so verfahren wir analog: Wähle einen Punkt (hier C) als Stützvektor. Wähle nun beliebig zwei der drei möglichen Verbindungsvektoren als Richtungsvektoren. Erhalte so $E: \quad \vec{x} = \overrightarrow{OA} + r \cdot \overrightarrow{AB} + s \cdot \overrightarrow{AC}$.

Schnittpunkte finden

Wollen wir herausfinden, ob ein Punkt P auf einer Geraden/Ebene liegt, so setzen wir die Geraden-/Ebenengleichung gleich $\overrightarrow{OP}$. Können wir dieses Gleichungssystem lösen, so liegt der Punkt auf der Geraden/Ebenen.
Wenn wir den Schnittpunkt zwischen zwei Geraden oder einer Geraden und einer Ebenen suchen, so setzen wir die Gleichungen gleich. Die Lösung dieses Gleichungssystems ist der gesuchte Schnittpunkt.

Lagebeziehungen zwischen zwei Geraden

Finde heraus: Existiert ein Schnittpunkt? Sind die Geraden parallel? Dann gilt:

Schnittpunkt	+	parallel	= identisch
Kein Schnittpunkt	+	parallel	= parallel und nicht identisch
Kein Schnittpunkt	+	nicht parallel	= windschief