

# Übungsaufgaben zur Vektoranalysis I

## Aufgabe 1

- a) Bestimme die Länge der Vektoren  $\vec{a} = \begin{pmatrix} -4 \\ -10 \\ 28 \end{pmatrix}$  und  $\vec{b} = \begin{pmatrix} 10 \\ 6 \\ 33 \end{pmatrix}$ .
- b) Bestimme den von  $\vec{a}$  und  $\vec{b}$  eingeschlossenen Winkel  $\alpha$ .
- c) Wähle  $t$  so, daß die Vektoren  $\vec{p} = \begin{pmatrix} 13 \\ t \\ 7 \end{pmatrix}$  und  $\vec{q} = \begin{pmatrix} -9 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix}$  orthogonal zueinander sind.
- d) Welcher der Punkte  $P(-7|6|1)$ ,  $Q(8|-2|3)$  liegt auf der Geraden  $g$ ?

$$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} -7 \\ 6 \\ 1 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 8 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

## Aufgabe 2

Untersuche die Lagebeziehung der beiden Geraden  $g$  und  $h$ . Bestimme auch ihren Schnittwinkel  $\alpha$ .

- a)  $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 15 \\ -1 \\ -13 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -4 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix}$        $h: \vec{x} = \begin{pmatrix} -5 \\ 7 \\ -3 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ 3 \end{pmatrix}$
- b)  $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 5 \\ -3 \\ 7 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$        $h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ -4 \\ -3 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$

- ★) Läßt sich ein Winkel auch zwischen Geraden berechnen, die sich nicht schneiden? Ist diese Berechnung sinnvoll?

## Aufgabe 3

- a) Gegeben sind der Punkt  $A(4|2|-5)$  und der Punkt  $B(4|6|-2)$ . Bestimme die Gleichung der durch  $A$  und  $B$  verlaufenden Geraden  $g$ .
- b) Gegeben ist zusätzlich der Punkt  $C(8|8|-7)$ . Zeige, daß das Dreieck  $\triangle ABC$  eine Ebene  $E$  definiert und stelle danach die Ebenengleichung auf.
- c) Durch die Punkte  $A$  und  $C$  verlaufe die Gerade  $h$ . In welchem Winkel schneiden sich  $g$  und  $h$  im Punkt  $A$ ?

## Aufgabe 4

Tip: Fertige zunächst eine Prinzip-Skizze an.

- a) Gegeben sind der Punkt  $A(5|1|2)$  und der Punkt  $B(7|1|1)$ . Wie ist die Koordinate  $z$  zu wählen, damit  $A$  und  $B$  zusammen mit  $D(2|9|z)$  ein *rechtwinkliges* Dreieck definieren? Der rechte Winkel soll dabei in  $A$  liegen. Ergänze anschließend das Dreieck zu einem rechtwinkligen Viereck mit dem Eckpunkt  $C$ .
- b) Wie lang ist der Umfang des Vierecks? Wie groß ist der Flächeninhalt?
- c) Bestimme den Mittelpunkt  $M$  des Vierecks.

