

Kurvendiskussion

Aufgabe 1

Führe eine vollständige Kurvendiskussion der Funktion $f(x) = x \cdot e^{-x^2/2}$ durch.

- Untersuche die Funktion $f(x)$ dazu zunächst auf Symmetrie.
- Bestimme die Nullstellen x_0 von $f(x)$.
- Berechne die Ableitungen $f'(x)$ und $f''(x)$.
- Gib die Extrempunkte und Wendestellen von $f(x)$ an.
- Weise nach, daß gilt $F(x) = e^{-x^2/2}$ und bestimme damit die uneigentlichen Integrale

$$I_1 = \int_0^{+\infty} f(x) \, dx \quad \text{und} \quad I_2 = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) \, dx.$$

- Bestimme die quadratische Schmiegeparabel $g_s(x)$ zum im ersten Quadranten liegenden Maximum von $f(x)$.
- Skizziere die Graphen von $f(x)$ und $g_s(x)$ im Intervall $[-5; 5]$.

